Universität Augsburg
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Katrin Wendland
Dr. Katrin Leschke
WS 2006/2007

Lineare Algebra I, Blatt 1

(injektiv, surjektiv, Metrik, Symmetriegruppe)

Abgabe: bis Freitag, den 27. 10, 12:00 Uhr.

Achtung: *die Abgabe ist jetzt immer* **freitags** *um 12 Uhr. Bitte benutzen Sie den Briefkasten im Institut für Mathematik, der für Ihre Übungsgruppe vorgesehen ist.*

Die Einteilung in die Übungsgruppen ist abgeschlossen, die Liste finden Sie online und am Schwarzen Brett des Lehrstuhls Analysis und Geometrie.

Gehen Sie bitte nur in die Übung, für die Sie eingeteilt sind! Falls Ihre Matrikelnummer nicht auf dem Aushang ist, wenden Sie sich bitte an K. Leschke, L1 2020.

Aufgabe 1 (4 Punkte). Seien $f : X \to Y, g : Y \to Z$ Abbildungen und $g \circ f : X \to Z$ die Komposition von f und g. Zeigen Sie:

1. Ist $g \circ f$ injektiv, so ist auch f injektiv. Muß auch g injektiv sein? (Beweis oder Gegenbeispiel!)
2. Ist $g \circ f$ surjektiv, so ist auch g surjektiv. Muß auch f surjektiv sein? (Beweis oder Gegenbeispiel!)

Aufgabe 2 (4 Punkte). Seien A (=Augsburg), B, C, D, E Städte in Schwaben und betrachten Sie die folgende Tabelle:

	A	B	C	D	E
A	0	2	5	9	14
B	2	0	7	10	15
C	5	7	0	9	17
D	9	10	9	0	12
E	14	15	17	12	0

Kann man dies als Abstandstabelle auffassen, d.h., ist die durch die Tabelle auf der Menge $M = \{A, B, C, D, E\}$ definierte Abbildung $d : M \times M \to \mathbb{R}$ eine Metrik?

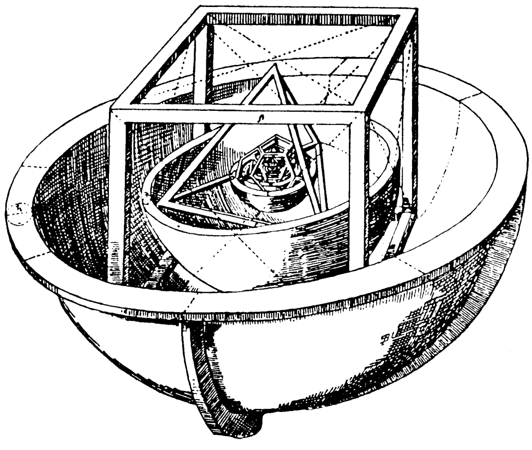
Ist die Menge $N = \{A, D, C, E\}$ eine Gerade bezüglicher dieser Abstandsmessung? Was ist die Gerade durch A, B?

Aufgabe 3 (4 Punkte). Sei P ein reguläres Polyeder mit Schläfli-Symbol $\{p, q\}$. Zeigen Sie: Die Flächenmittelpunkte von P sind die Eckpunkte eines regulären Polyeders mit Schläfli-Symbol $\{q, p\}$.

Aufgabe 4 (4 Punkte). Zeigen Sie: die Rotationssymmetrien des Tetraeders sind auch Rotationssymmetrien des Würfels. (Hinweis: färben Sie jede zweite Ecke des Würfels rot und betrachten Sie das so entstandene Tetraeder).

bitte wenden!

Johannes Keplers (1571 bis 1630) brachte in einem Frühwerk die fünf platonischen Körper in Beziehung zu den Planetenbahnen. Zur Demonstration entwarf er ein Planetarium.



Beschreibung: In der Mitte steht die Sonne. Die Planeten bewegen sich auf Kugelschalen.

- Die große Halbkugel trägt die Bahn des Saturn.
- Die übrigen Schalen sind Inkugeln in einem platonischen Körper:
  - Im Würfel ist die Kugel des Jupiter.
  - Im Tetraeder ist die Kugel des Mars.
  - Im Pentagondodekaeder ist die Kugel des Erde.
  - Im Ikosaeder ist die Kugel des Venus.
  - Im Oktaeder ist die Kugel des Merkur.

Kepler bemerkte, dass die Zahlen nicht genau stimmten. Er verbesserte das Modell, indem er den Schalen eine gewisse Dicke gab, die er mit den Monden in Verbindung brachte. Später verwarf er dieses Modell. (Diese letzte Aussage ignoriert man häufig.)