Prof. Dr. Katrin Wendland
Dr. Jan Schlüter SS 2011

Übungsaufgaben zur Linearen Algebra II
Blatt 12 – Extrablatt
Abgabetermin: **Do, 04.08.2011, 8:00 Uhr**

Auf diesem Blatt können Sie zusätzliche Punkte sammeln. Sie benötigen lediglich die Hälfte der Punkte von 11 Übungsblättern, d.h. Sie benötigen insgesamt 88 Punkte.
Diese Aufgaben werden nicht in der Übungsgruppe besprochen. Sie finden die Lösungen ab dem 05.08 auf der Homepage der Vorlesung. Ihre korrigierten Zettel erhalten Sie nach Absprache mit Ihrer/Ihrem ÜbungsleiterIn.
Die Klausur findet am Freitag, den 12.08. von 9 Uhr bis 12 Uhr im Weismann-Haus (Albertsstr. 21a) statt.
Die Nachholklausur findet am Montag, den 10.10. von 9 Uhr bis 12 Uhr im Raum SR 404 in der Eckerstr. 1 statt. Zugelassen zur Nachholklausur sind alle, die zur ersten Klausur angemeldet waren und diese nicht bestanden haben.

Aufgabe 12-1: (4 Punkte)
Finden Sie alle reellen (7×7)-Matrizen A mit

$$A^2 - 3A + 2I = 0 \quad \text{und} \quad A^3 - A^2 + 2A - 2I = 0,$$

wobei I die Einheitsmatrix bezeichnet.
Hinweis: Arbeiten Sie mit dem Minimalpolynom.

Aufgabe 12-2: (4 Punkte)
Beweisen Sie, dass jede komplexe $(n \times n)$-Matrix A zu ihrer transponierten Matrix ${}^T\!A$ konjugiert ist, also dass eine invertierbare komplexe Matrix S existiert, mit

$${}^T\!A = SAS^{-1}.$$

Aufgabe 12-3: (4 Punkte)
Sei A eine invertierbare komplexe $(n \times n)$-Matrix. Weiter sei $A = HU$, wobei H eine hermitesche, positiv definite Matrix und U eine unitäre Matrix ist. Zeigen Sie, dass A genau dann normal ist, wenn $HU = UH$ ist.

Aufgabe 12-4: (4 Punkte)
Berechnen Sie sowohl die komplexe als auch die reelle Normalform von

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 12-5: (4 Punkte)
a) Gibt es eine reelle (3×3)-Matrix A mit $rang(A) = 2$ und $A^2 = 0$?
b) Gibt es eine reelle (4×4)-Matrix A mit $rang(A) = 2$ und $A^2 = 0$?