Universität Augsburg
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Katrin Wendland
Priv. Doz. Dr. Katrin Leschke
Christoph Tinkl
SS 2007

Lineare Algebra II, Zusatzblatt
(Rückblick)

Abgabe: bis Montag, den 9. 7., 10:00 Uhr.

Dies ist ein Zusatzblatt zur Vorbereitung zur Klausur. Studenten, die noch nicht die 50% der Punkte erreicht haben, können Lösungen bis zum Montag, den 9.7., abgeben. Die Lösungen werden nur für die Studenten korrigiert, die noch Punkte benötigen.

Diese Aufgabe werden in den Übungen in der Woche vom 9.7-13.7. besprochen.

Zusätzlich findet eine Fragestunde zur Klausur am Freitag, den 13.7., 10-11:30, im L1 2004, statt.

Aufgabe 1 (4 Punkte). Invertieren Sie die folgende Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 1 & -5 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \in \mathrm{Mat}_{\mathbb{R}}(5 \times 5)$$

Aufgabe 2 (4 Punkte).

- Sei $A_n = (a_{i,j}^{(n)})_{i,j=1,\ldots,n} \in \mathrm{Mat}_{\mathbb{R}}(n \times n)$ mit

$$a_{i,j}^{(n)} = \begin{cases} 0 \text{ falls } i = j = 1, \ldots, n \\ 1 \text{ falls } i \neq j,\ i, j = 1, \ldots, n. \end{cases}$$

  Bestimmen Sie die Determinante von A_n.

- Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

  Bestimmen Sie A^{-1} mit Hilfe von Streichungsmatrizen.

Aufgabe 3 (4 Punkte). Sei

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ i \end{pmatrix} \right\}$$

1. Zeigen Sie, dass $\mathcal{B}$ eine Basis von $\mathbb{C}^3$ ist.
2. Finden Sie die duale Basis von $\mathcal{B}$.

Aufgabe 4 (4 Punkte). Sei $V = \{p \mid p(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0, a_i \in \mathbb{R}\}$ der Vektorraum der Polynome höchstens zweiten Grades, sowie $F \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{R}}(V, V)$ die lineare Abbildung

$$F(a_2x^2 + a_1x + a_0) = (a_0 + a_1 + a_2)x^2 + (a_0 + 2a_1 + a_2)x + (a_0 + a_1 + a_2)\,.$$

Bestimmen Sie die Jordannormalform von F.