СУ “Климент Охридски” – Физически Факултет

РЕФЕРАТ

Нелинейности на лазерите и генерация на хармонични в резултат на нагряване на прехода

Пламен Станиславов Стаменов

София

2002

Нелинейности на лазерите и генерация на хармонични в резултат на нагряване на прехода

Модулационните характеристики на лазерните диоди се влияят от резонансни ефекти, шум свързан с дефектите и закъснения при пускане. В настоящия реферат, ще анализираме ограниченията над аналоговата модулация наложени от нелинейните зависимости излъчвана мощност от ток, когато тези нелинейности са предизвикани от промяна в температурното поле. В реален режим на експлоатация, когато другите ефекти са пренебрежими (за ниски до умерено-високи честоти) и започвайки с лазер с обикновено линейна $P - I$ зависимост, пречинените от топлинните потоци ефекти разглеждани по-долу биха ограничили модулационните свойства при аналогова модулация. Ще бъде изведени съотношения за общото обогатяване с хармоники като функция на параметрите на устройството и работната честота.

1. Статични характеристики на лазера

Съотношението между изходната моюност P и тока I през един полупроводников лазерен диод се дава от

(1) $$P = (\eta h\nu / q)(I - I_{th})$$

където $h\nu$ е енергията на излъчваните фотони, q е електронния заряд, а останалите означения са дадени в приложение. Под праговата стойност на тока, $I < I_{th}$, излъчваната лазерна мощност е нула. Ако предположим, че I_{th} то тогава $P - I$ зависимостта е линейна. Наблюдава се обаче, че за реалните лазери на (включително на основа на квантови ями), тези зависимости са често нелинейни. Тези нелинейности в $P - I$ зависимостите често се дължат на нестабилности в режима на лазерно излъчване. Тък ще ограничим нашите разглеждания до лазери работещи в стабилен вълноводен режим.

Нелинейностите, които ще разглеждаме са резултат на нагряването на прехода, което причинява и "плаването" на I_{th}. Предполагайки, че $I_{th} \infty \exp(T / T_0)$, където T_0 е характеристичната температура, то увеличението на праговия ток за изменение на температурата с ΔT е

$$I_{th} = I_{th}^0 \exp(\Delta T / T_0) \quad (2)$$

ΔT е пропорционално на тока през структурата поради разсейването на топлината в обема на активната област на лазера. При отсъствие на нагряване $I_{th} = I_{th}^0$, номиналния прагов ток през устройството. Експерименталното определяне на I_{th}^0 може да се извърши с помощта на слабо-натоварващ структурата импулсен режим, когато генерацията на топлина може да бъде пренебрегната.

Ако V_j ($\cong E_g/q$) е напрежението на прехода, R_s последователното му съпротивление, и I управляващият ток, то тогава, разсейваната енергия в режим на постоянно излъчване е

$$Q = (1 - \eta_p)(V_j I + R_s I^2) \quad (3)$$

където η_p е ефективността по мощност. Поради факта, че за типичните устрйства $\eta_p \leq 10\ \%$, то в последващите разсъждения този множител може да бъде положен равен на единица. Следователно, повишаването на температурата ΔT над тази на топлоотвода ще бъде

$$\Delta T \cong R_{tm}(V_j I + R_s I^2) \quad (4)$$

където R_{tm} е термичното съпротивление.

Изходната мощност P на лазерното лъчение може да се изрази като

$$P = (\eta h\nu / q)\{I - I_{th}^{0} \exp[R_{tm}(V_j I + R_s I_2)/T_0]\} \quad (5)$$

В режим на постоянно излъчване праговия ток е решение на трансцедентното уравнение

$$I_{th} = I_{th}^{0} \exp(R_{tm}(V_j I_{th}^2 + R_s I_{th}^2)/T_0). \quad (6)$$

Последователното съпротивление R_s се определя експериментално от диодните $V - I$ характеристики, I_{th} и I_{th}^{0} се определят от импулсни и постояннотокови P – I зависимости, а отношението R_{tm}/T_0 от горния израз,

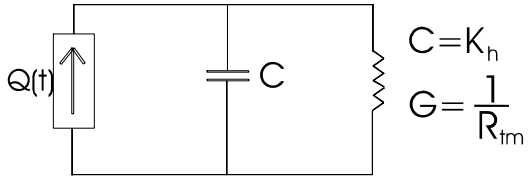
$$R_{tm}/T_0 = \frac{\ln(I_{th}/I_{th}^{0})}{V_j I_{th} + R_s I_{th}^2} \quad (7)$$

Представителни стойности са R_s = 1 - 10Ω и R_{tm}/T_0 = 0.2 – 0.8 W^{-1}.

2. Анализ на преходните характеристики

В импулсен ражим нагряването на прехода възниква по време на импулса. Например, нека *I* да е амплитудата на токовия импулс, като $I_{th}^{0} < I < I_{th}$. Силата на този импулс кара лазера да достигне прага на генерация, но той ще уасне към края на импулса. Когато обаче $I > I_{th}$, диодът ще излъчва през цялята продъолжтелност на ипулса, въпреки че, интензитета на светлината в края на импулса ще бъде малко по-малка, отколкото в началото.

За да анализираме отклика в импулсен режим, ще използваме електрически аналог за



моделиране на явлението на нагряване на диода който е илюстриран на Фиг 1.

На фигурата източникът на ток в еквивалентната верига е *Q(t)*, моментната стойност на количеството топлина генерирано в активната област, и $\Delta T \equiv \Delta(t)$ е повишението на температурата като функция на времето, моделирано като повишение на напрежението във възела. Капацитетът *C* е еквивалентен на топлинния капацитет, и проводимостта *G* е еквивалентна на реципрочната стойност на термичното съпротивление. Размерностите на различните апраметри са следните:

Q(t) W (мощност на топлинната генерация)

Δ(t) K (повишение на температурата)

R_{tm} K/W (термично съпротивление)

K_h J/K (топлинен капацитет)

От законите на Кирхов следва

(8) $$Q(t) = K_h \frac{d\Delta}{dt} + \frac{1}{R_{tm}}\Delta$$

Например, нека предположим, че $Q(t) = Q_0 u(t)$, където $u(t)$ е единичната функция на Хевисайд.

Топлинният капацитет K_h играе ключова роля, както в нискочестотните, така и в преходните характеристики на диода. В нашият прост модел стойността на K_h може да бъде оценена от обема на активната област и специфичния топлинен капацитет на материала. Разбира се, точен модел даващ преходните топлинни характеристики може да се изведе само на базата на точната геометрия на лазера. Реалните лазерни диоди са многослойни структури монтирани на меден топлоотвод, и точното моделиране изисква познаването на топлинните капацитети и съпротивления на всички слоеве. Въпреки това, настоящия модел може да даде както качествени, така и количествени резултати от първи ред за режимите на работа при ниски честоти. Накрая следва да отбележим, че

при хармонично възбъждане, температурната зависимост изостава във времето. Тази особеност ще бъде разгледана по-нататък.

Нека разгледаме динамичното поведение на лазера в импулсен режим. За най-голяма общност на разглеждането, ще предположим, че диодът е отместен по постоянен ток до ниво I_0 с амплитуда на модулиращия ток I_m. Конкретно за импулс с дължина τ,

$$i(t) = I_0 + I_m \Pi[(t - \tau/2)/\tau] \tag{9}$$

където прозоречната функция се дефинира като:

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1, & |t| < 1/2 \\ 0, & |t| > 1/2 \end{cases}$$

Моментната мощност генерирана в активната област е

$$Q(t) = V_j I_0 + R_s I_0^2 + [V_j I_m + R_s I_m (2I_0 + I_m)]\Pi[(t - \tau)/\tau] \tag{10}$$

Заместваики (10) в (8) и решавайки съответното диференциално уравнение, получаваме изменението на температураа във времето:

$$\Delta(t) = \begin{cases} \Delta_0 + \Delta_1[1 - \exp(-t/\tau_0)], & t < \tau \\ \Delta_{0+}\Delta_1[1 - \exp(-t/\tau_0)]\exp[(t-\tau)/\tau_0], & t > \tau \end{cases} \tag{11}$$

където

$$\Delta_0 = R_{tm}(V_j I_0 + RsI_0^2)$$
$$\Delta_1 = R_{tm}[V_j I_m + R_s I_m(2I_0 + I_m)]$$
$$\tau_0 = K_h R_{tm}$$

Стойноста на τ_0 е термичната време-константа на системата. (Типичните диоди имат $\tau_0 \approx 200$ – 800 ns.) Изходната мощност е

(12) $$p(t) = (\eta h\nu / q)\{I_0 + I_m \Pi[(t - \tau/2)/2] - I_{th}^0 \exp[\Delta(t)/T_0]\}$$

Следва да се отбележи, че диодът е отместен по ток на праговата стойност $I_0 = I_{th}^0 \exp(\Delta_0 / T_0)$. Два факта следва да се отбележат:

- Когато дължината на импулса нарастне чувствително, отделената мощност ще достигне тази при режим на постоянно излъчване.
- Когато се намали топлинният капацитет K_h, времето за достигане на горната мощност намалява.

3. Анализ на хармониките

В тази част на работата ще разгледаме нелинейните характеристики на лазерните диоди и как те влияят на изкривяванията на хармонични сигнали. Ще разгледаме лазер отместен по ток до ниво над праговата стойност на генерация, с променлив сигнал наложен над отместващото напрежение. Амплитудата на модулиращия сигнал следва да бъде достатъчно малка за да може лазерът да остава над прага през целия период на сигнала. Целта на анализа на генерацията на хармонични и резултантните изкривявания на сигнала е оценка на възможностите на лазера като предавател в аналогова система за обмен на данни. Информативна част на сигнала е само неговата променлива

компонента, ето защо, ако s(t) е нормализирания до ±1 сигнал, то тогава тока праз диода следва да бъде $i(t) = I_0 + I_m s(t)$, където I_m е амплитудата над отместеното нулево ниво.

Обиновено е възможно да се оцени обогатяването със хармоники на сигнала с помощта на статичните преходни характеристики. В нашия случай, обаче, естеството на изкривяванията на сигнала не може да бъде определяно само от статичните характеристики, защото предавателната функция на устройството може също да изкривява сигнала. (Използваната в случая предавателна функция е отношението на излъчената светлинна мощност към входния сигнал в основната сигнална честотна лента.)

Ще анализираме нискочестотната предавателна функция на лазерния диод и генерирането на хармоничен сигнал с помощта на вече разгледания модел. Големината на нелинейните изкривявания се оценява въвеждайки коефициента на нелинейно изкривяване (**T**otal **H**armonic **D**istortion factor). Тази величина се определя теоретично, предполагайки синусоидален управляващ ток с амплитуда I_m, и изчислявайки съдържанието на хармонични в изходния светлинен сигнал. THD се дефинира катоотношението на сумата на мощностите на хармоничните компоненти $2f$, $3f$, $4f$, към мощността на нулевата хармоника в интензитета на изходния сигнал.

При положение, че диодът е отместен по ток до I_0 токът през него ще бъде

$$i(t) = I_0 + I_m \cos \omega t \tag{13}$$

Нагряването причинено от този ток е

$$\begin{aligned} Q(t) &= (V_j I_0 + R_s I_0^2 + R_s I_m^2 / 2) \\ &+ I_m (V_j + 2 I_0 R_s) \cos \omega t \\ &+ R_s I_m^2 (\cos 2\omega t) / 2 \end{aligned} \tag{14}$$

Следва да се отбележи, че в моментната стойност на мощността присъства и втората хармонична, поради последователното съпротивление на диода. Заместваики (14) в (8) получаваме моментната стойност на диференциала на температурата в активната област. Стационарното решение е:

$$\Delta(t) = \Delta_0 + \Delta_1 \cos(\omega t - \Psi) + \Delta_2 \cos 2(\omega t - \Psi) \tag{15}$$

където,

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= R_{tm}(V_j I_0 + R_s I_0^2 + R_s I_m^2 / 2) \\ \Delta_1 &= R_{tm} I_m (V_j + 2R_s I_0)[1 + (f / f_0)^2]^{-1/2} \\ \Delta_2 &= (R_{tm} R_s I_m^2 / 2)[1 + (2f / f_0)^2]^{-1/2} \\ \Psi &= \tan^{-1}(f / f_0) \end{aligned} \tag{16}$$

Членовете Δ_0, Δ_1, Δ_2 са съответно амплитудите на: постоянната компонента, основната и втората хармоники. Характеристичната честота е

$$f_0 = 1/(2\pi R_{tm} K_h) \tag{17}$$

Температурните флуктоации в активната зона закъсняват спрямо входното напрежение с фазов множител Ψ. При ниски честоти $\Psi \approx 0$ докато за високи $\Psi \approx \pi/2$.

Можем да запишем моментната мощност като

$$\begin{aligned} p(t) = (\eta h \nu / q)\{I_0 + I_m \cos \varpi t - I_{th}^0 \exp[\Delta_0 / T_0 + (\Delta_1 / T_0) \\ \cos(\varpi t - \Psi) + (\Delta_2 / T_0) \cos 2(\varpi t - \Psi)]\} \end{aligned} \tag{18}$$

Забелязва се, че когато сигналът е наложен върху постоянно отместване, то ефективната нула на $P - I$ зависимостите е отместане оради добавянето на последния член на първото уравнеие (16), което представлява средната мощност на променливотоковия сигнал. Членовете в моментния диференциал на температурата, които влияят на амплитдите на хармониките в синала, намаляват с увеличаването на модулационната честота. За високи честоти, Δ_1 и Δ_2 са пропорционални на $1/f$.

Хармоничните компоненти в развитието в ред на Фурие на мощността на сигнала могат да бъдат определени използвайки генератора на модифицирените функции на Бесел. Ако $Im_l(\theta)$ са модифицираните беселови финкции от ред l, (крайни при $\theta = 0$)то

$$\exp(x\cos\theta) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \mathrm{Im}_l(x)\exp(jl\theta) \tag{19}$$

За отрицателни индекси имаме $Im_{-l}(x) = Im_l(x)$. Ето защо двата члена в (18) моат да се запишат като:

$$\begin{aligned} &\exp[(\Delta_1/T_0)\cos(\varpi t - \Psi) + (\Delta_2/T_0)\cos 2(\varpi t - \Psi)] \\ &= \sum_{l,n=-\infty}^{\infty} \mathrm{Im}_l(\Delta_1/T_0)\,\mathrm{Im}_n(\Delta_2/T_0)\exp[j(l+2n)(\varpi t - \Psi)] \end{aligned} \tag{20}$$

k-тата хармоника на сигала се получава, когато $l + 2n = k$. Заместваики (20) в (18) и използвайки члена от k-ти ред, за светлинната мощност получаваме:

$$\begin{aligned} &p(t) = (\eta h\nu/q)[I_0 + (I_m/2)(e^{j\varpi t} + e^{-j\omega t}) \\ &- I_{th}^0 e^{\Delta_0/T_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk(\varpi t - \Psi)}] \end{aligned} \tag{21}$$

където,

$$C_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathrm{Im}_n(\Delta_2 / T_0)\,\mathrm{Im}_{k-2n}(\Delta_1 / T_0) \tag{22}$$

Лесно се вижда, че (21) е разложението в комплексен ред на Фурие на мощността, т.е.

$$p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} P_k \exp(jk\omega t) \tag{23}$$

От факта, че $p(t)$ е реален сигнал следва, че $P_{-k} = P_k^*$. В общия случай, коефициентите са цомплексни, ето защо пишем $P_k = |P_k|\exp(\varphi_k)$, където φ_k е фазата на k-тата хармоника относително фазата на входния ъправляващ ток на структурата. В термини на параметри на устройството, различните коефициенти са:

$$\begin{aligned}
P_0 &= (\eta h\nu / q)(I_0 - C_0 I_{th}^0 e^{\Delta_0 / T_0}),\\
P_1 &= (\eta h\nu / q)(I_m / 2 - C_1 I_{th}^0 e^{\Delta_0 / T_0} e^{-j\Psi}),\\
P_2 &= (\eta h\nu / q)(-C_2 I_{th}^0 e^{\Delta_0 / T_0} e^{-j2\Psi}),\\
&\vdots\\
P_k &= (\eta h\nu / q)(-C_k I_{th}^0 e^{\Delta_0 / T_0} e^{-jk\Psi})
\end{aligned} \tag{24}$$

Амплитудата и фазата на основната хармоника могат да бъдат изчислени на базата на коефициента P_1; като фазата се отчита от фазата на синусоидалната част на управляващия ток. Ако запишен сватлинния интензитет като

$$p(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\varpi t - \phi_k)$$

амплитудата и фазата на основната хармоника са:

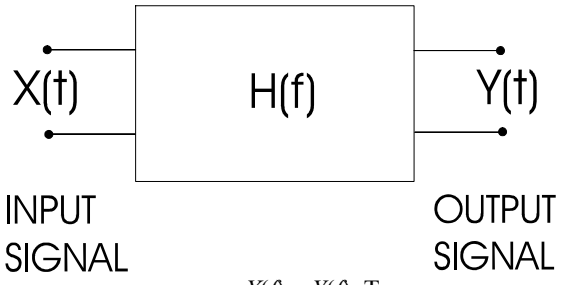
$$A_1 = (\eta h\nu / q)[I_m^2 + (2C_1 I_{th}^0 e^{\Delta_0 / T_0})^2 - 4C_1 I_m e^{\Delta_0 / T_0} \cos\Psi]^{1/2}$$

(25)

$$\phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{C_1 I_{th}^0 e^{\Delta_0 / T_0} \sin\Psi}{I_m / 2 - C_1 I_{th}^0 e^{\Delta_0 / T_0} \cos\Psi}\right)$$

Стойностите на φ_1 са малки и положителни (<10°), и следователно, светлината закъснява спрямо тока.

Предавателна функция. Общоприето е системата да се описва с помощта на предавателна функция $H(f)$, която ние ще дефинираме както следва. Нека $x(t)$ и $y(t)$ са съответно, входният и изходният сигнал на системата Фиг 2.



Техните Фурие компоненти са съответно $X(f)$ и $Y(f)$. Тогава предавателната функция е

(26) $$H(f) = Y(f) / X(f)$$

Изходната функция на времето тогава става

(27) $$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)X(f)e^{j2\pi ft}df$$

За синусоидален входен сигнал, изходът ще бъде също синусоидален. Нека

(28) $$x(t) = A\cos\varpi t = A/2e^{-j\varpi t} + A/2e^{+j\varpi t}$$

Изходния сигнал ще бъде

(29) $$y(t) = A/2H(-f)e^{-j\omega t} + A/2H(f)e^{+j\omega t}$$

В горните изрази се използва комплексиния запис на сигналните функции, ето защо съшествъват, както положителни, така и отрицателно-честотни компоненти, и следва да се използва уравнението

(30) $$y(t) = 2\,\mathrm{Re}\{A/2H(f)e^{j\varpi t}\}$$

В общия случай, предавателната функция е комплексна, $H(f) = |H(f)|e^{j\phi}$, така че, изходния сигнал породен от входен синусоидален сигал е

(31) $$y(t) = A\left|H(f)\right|\cos(\varpi t - \phi)$$

което показва как фазата на предавателната функция влиза във фазата на изходната времева функция. Реалните системи имат комплексна предавателна функция изпълняваща условието за реалност

(32) $$H^*(f) = H(-f)$$

поради което (29) е идентична (31).

Следва да разгледаме нелинейностите предизвикващи появата на хармоники. В първо приблиение, могат да се пренебрегнат всички хармоники с изключение на основната. Това значи, че хармоничното входно напрежение предизвиква хармоничен изходен сигнал. Предавателната функция става

(33) $$H'(f) = \frac{2P_1}{I_m}$$

Факторизирайки размерния коефицент получаваме

(34) $$H(f) = (q/\eta h\nu)2P_1/I_m$$

като използваме (24), получаваме

(35) $$H(f) = 1 - (2/I_m)C_1 I_{th}^0 e^{\Delta_0/T_0} e^{j\Psi}$$

Илюстративни стойности на параметрите са:

$$I_{th}^{0} = 100mA,$$
$$R_s = 1.4\Omega,$$
$$\frac{R_{tm}}{T_0} = 0.5W^{-1}$$

Използвайки резвитието в ред:

$$THD = \frac{\sum_{n=2}^{\infty} P_n P_n^*}{P_1 P_1^*} \tag{36}$$

в децибели dB,

$$THD_{dB} = 10\log_{10} THD. \tag{37}$$

4. Заключение

Термичните свойства, така както бяха разгледани в настоящата работа, дават пълна информация за нелинейностите на лазерните диоди за приложенията, където релаксационните осцилационни ефекти могат да бъдат пренебрегнати. Разгледахме:

1) Отклика на лазера, като интензитет на излъчването, в резултат на токов импулс;
2) Преходите характеристики на лазера, които дават фазовото и амплитудното нарушение на модулацията;
3) Възникването на хармоники на модулирания по интензитет сигнал, чрез неговия фурие-образ, както и
4) Пресмятането на общото зашумяване на изходния модулиран сигнал.

Най-общо казано фурие-анализа дава цялата полезна информация свързана с изкривяванията внасяни в сигнала. Например, смущенията дължащи се на взаимна модулация могат да бъдат лесно изчислени налагайки два сигнала с различни честоти и пресмятайки изходния сигнал на сумата и разликата на двете честоти.

Пресмятанията на преходните характеристики показват, че максимални фазови и амплитудни изкривявания се наблюдават при ниски честоти. Числените пресмятания извършвани в термините на нормализирани честоти f/f_c , където $f_c = 1/(2\pi K_h R_{tm})$. Максимума във фазовите изкривявания се наблюдава при честота $f = f_c$. Оценките на граничните честоти направени с помощта на термичните времена на релаксация лежат в MHz-овата област.

Ключовите параметри влияещи на характеристиките анализирани в настоящата работа са последователното съпротивление на диода и отношението R_{tm}/T_0 (термичното съпротижление/характеристичната температра, определяща температурмата зависимост на праговата плътност на тока). И двата параметъра следва да възможно най-малки и могат да бъдат контролирани в някакви граници, зависещи от технологията на изработка. Извършени са и ред изчисления на общия коефициент на изкривяване като функция на тези параметри. Областта на изменение на тези параметри е свързана със стойностите за реални AlGaAs структури. Освен това, варирана е и големината на модулиращия ток с цел определяне на критичната амплитуда върху изкривяването на сигнала.

Списък на означенията

f	Модулационна честота [s^{-1}]
f_0	Характеристична честота $f_0 = 1/2\pi R_{th} K_h$
h	Константа на Планк [J.s]
I	Статичен управляващ ток [A]
I_{th}^{0}	Прагов ток в импулсен режим
I_{th}	Прагов ток при в статичен режим

I_o Общ ток

I_m Максимален ток на модулация

$i(t)$ Моментна стойност на тока

Im_l Модифицирана беселова функция от ред l

K_h Топлинен капацитет [K/J]

P Статичен интензитет на светлината [W]

$p(t)$ Моментен интензитет

P_k Фурие коефициент в развитието на интензитета

Q Мощност на генерация на активната област [W]

$Q(t)$ Моментна мощност на генерация

Q_0 Статична генерирана мощност

q Заряд на електрона [C]

R_s Последователно съпротивление [Ω]

R_{tm} Термично съпротивление [K/W]

T Температура [K]

T_0 Характеристична температура на материала [K]

t Време [s]

V_j Напрежение на прехода [V]

$\Delta T, \Delta$ Диференциал на температурата [K]

$\Delta(t)$ Моментен диференциал на температурата

$\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2$ Коефициенти на температурния диференциал

η Диференциален квантов добив

η_p Ефективност по мощност

ν Честота на светлината [s^{-1}]

$\Pi\ (t)$	Прозоръчна функция
τ_0	Характеристично време [s] $\tau_0 = R_{th}K_h$
τ	Ширина на импулса [s]
Ψ	Фаза на температурния диференциал относно тока