Geometric Firefighting

Rolf Klein

University of Bonn

HMI, June 19, 2018

Rolf Klein Geometric firefighting

<ロ> (四) (四) (三) (三) (三)

Firefighting techniques

Extinguish the fire

Rolf Klein Geometric firefighting

◆□ > ◆□ > ◆臣 > ◆臣 > ○

Firefighting techniques

Extinguish the fire Prevent fire from spreading further

・ロト ・回ト ・ヨト ・ヨト

Firefighting techniques

Extinguish the fire Prevent fire from spreading further

・ロト ・回 ト ・ヨト ・ヨト

Problem

circular fire spreads in the plane at unit speed

・ロト ・回 ト ・ヨト ・ヨト

Problem

- circular fire spreads in the plane at unit speed
- build, in real time, barrier curves to contain the fire

・ロン ・回 と ・ ヨン ・ ヨン

Problem

- circular fire spreads in the plane at unit speed
- build, in real time, barrier curves to contain the fire

such that, at each time t,

total length of curves built $\leq \mathbf{v} \cdot \mathbf{t}$

< □ > < □ > < □ > < □ > < Ξ > < Ξ > = Ξ

Problem

- circular fire spreads in the plane at unit speed
- build, in real time, barrier curves to contain the fire

such that, at each time t,

total length of curves built $\leq \mathbf{v} \cdot \mathbf{t}$

```
■ How large a speed v is needed?
```

(ロ) (同) (E) (E) (E)

Speed v > 2 is sufficient



Speed v > 2 is sufficient



Speed v > 2 is sufficient





・ロ・ ・ 御 ・ ・ 思 ・ ・ 思 ・



・ロン ・回 と ・ ヨン ・ ヨン



◆□ > ◆□ > ◆臣 > ◆臣 > ○



Rolf Klein Geometric firefighting



・ロン ・雪と ・目と ・目と

• A. Bressan: conjecture v = 2 necessary

(ロ) (回) (目) (目) (日) (の)

A. Bressan: conjecture v = 2 necessary 500 USD reward (2011)

<ロ> (四) (四) (三) (三) (三)

- A. Bressan: conjecture v = 2 necessary 500 USD reward (2011)
- gap (1,2] still open

<ロ> (四) (四) (三) (三) (三)

Difficulty: delaying barriers



・ロト ・回 ト ・ヨト ・ヨト

Can delaying barriers be useful?



- 4 同 ト - 4 三 ト

- < ≣ →

Parallel processes ?



・ロト ・回ト ・モト ・モト

Consumption ratio



・ロン ・回 と ・ ヨン ・ モン

Consumption ratio





イロン イヨン イヨン イヨン



・ロン ・回と ・目と ・目と



・ロン ・四 と ・ ヨ と ・ モ と



・ロン ・四 と ・ ヨ と ・ モ と



・ロン ・四 と ・ ヨ と ・ モ と



・ロン ・四 と ・ ヨ と ・ モ と



・ロ・ ・回・ ・ヨ・ ・ヨ・



Rolf Klein Geometric firefighting

・ロ・ ・回・ ・ヨ・ ・ヨ・















<□> <□> <□> <=> <=> <=> <=> <=> <=> <<</p>



・ロン ・四 と ・ ヨン ・ ヨ







RHS consumption ratio



Rolf Klein Geometric firefighting

・ロン ・四 と ・ ヨ と ・ モ と

RHS consumption ratio



Rolf Klein Geometric firefighting

・ロン ・回 と ・ ヨ ・ ・ ヨ ・ ・

RHS consumption ratio



Rolf Klein Geometric firefighting

・ロン ・回 と ・ ヨ ・ ・ ヨ ・ ・

Low minima



assuming total consumption ratio ~<~ 1.5 $+~\epsilon$

Rolf Klein Geometric firefighting

(日) (回) (E) (E) (E)

Inequality

$$z_{i+1} < \frac{1+2\epsilon}{1-2\epsilon} w_i$$

Rolf Klein Geometric firefighting

(ロ) (回) (目) (目) (日) (の)



・ロト ・回 ト ・ヨト ・ヨト



・ロト ・回 ト ・ヨト ・ヨト



◆□ > ◆□ > ◆臣 > ◆臣 > ○



◆□ > ◆□ > ◆臣 > ◆臣 > ○



▲口 → ▲圖 → ▲ 国 → ▲ 国 → □

Theorem (S.-S. Kim, D. Kübel, E. Langetepe, B. Schwarzwald, R.K.)

A horizontal line with vertical line segments attached has consumption ratio \geq 1.53069.

< □ > < @ > < 注 > < 注 > ... 注

Theorem (S.-S. Kim, D. Kübel, E. Langetepe, B. Schwarzwald, R.K.)

A horizontal line with vertical line segments attached has consumption ratio ≥ 1.53069 . But a ratio of $v = 1.\overline{8}$ can be attained.

・ロット (四) (日) (日)

Construction



Rolf Klein Geometric firefighting

Consumption ratios



Consumption ratios



・ロン ・回 と ・ ヨン ・ ヨン

line plus perpendicular segments, L_1 : [1.53069, 1. $\overline{8}$)

▲□▶ ▲□▶ ▲目▶ ▲目▶ 目 のへぐ

- line plus perpendicular segments, L_1 : [1.53069, 1. $\overline{8}$)
- closed curve with forest inside, L₂: (1,2] (Bressan conjecture: 2)

< □ > < @ > < 注 > < 注 > ... 注