PROBLEMAS DE FRONTERA LIBRE EN TEORIA DE LA COMBUSTION

Juan L. Vázquez
Departamento de Matemáticas
Universidad Autónoma de Madrid, 28049 Madrid

Resumen

La teoría matemática de la combustión ha sido desde sus comienzos fuente de problemas matemáticos de una notable dificultad y belleza, fenómeno que se acelerado desde mediados del presente siglo gracias a los trabajos de eminentes cientificos como Yákov Zeldovich y David Frank-Kamenetski.

El plantemiento general de los problemas de combustión lleva a sistemas de ecuaciones en derivadas parciales no lineales de una complejidad tal que hacía hasta el presente el tratamiento matemático directo prácticamente imposible, por lo que la habilidad de la modelización ha consistido en seleccionar los detalles relevantes del fenómeno a describir, proponer en vista de ello adecuados modelos simplificados que son luego analizados por métodos más o menos rigurosos. Sólo tras el notable desarrollo del análisis no lineal en los últimos decenios empieza a ser posible un análisis completamente riguroso (matemáticamente) de los modelos básicos.

En la conferencia se expondrá un modelo bien conocido de propagación de llamas premezcladas propuesto por Frank Kamenetski [1] (y estudiado por Liñan y Williams entre otros) en el límite en el que la energía de activación de la reacción química es muy grande. También consideramos equidifusión (es decir Le=1). Tras introducir y discutir el modelo realizamos simplificaciones oportunas que nos permiten plantearnos el problema siguiente: encontrar un dominio espacio-temporal Ω y una función negativa T tales que

$$T_t = \Delta T \quad \text{en } \Omega,$$

con condiciones inciales $T_0(x) \leq 0$ en Ω_0 más condiciones en la frontera lateral Γ (a priori desconocida)

$$T = 0, \quad \text{and} \quad |\nabla T| = 1.$$

Se trata pues de un problema de frontera libre no estándar para la ecuación del calor. A pesar de su aparente simplicidad y de haber sido propuesto en los años 50, el avance matemático ha sido lento.

Nuestro trabajo sobre el problema consiste en dos artículos: en [2] junto con Luis Caffarelli (Courant Inst.) introducimos una formulación débil del problema y probamos la existencia de una solución como límite en el sentido de Frank Kamenetski. El problema de unicidad ofrece respuesta positiva en ciertos casos pero la respuesta general es negativa.

En [3] estudiamos el caso de soluciones radialmente simétricas (llamas esféricas). Junto con Joost Hulshof y Victor Galaktionov introducimos una formulación mixta (elíptico-parabólica) y por medio de ella establecemos una teoría completa de existencia, unicidad y regularidad de las soluciones y sus interfaces. En segundo lugar realizamos un estudio asintótico que permite describir en términos de perfiles autosemejantes los fenómenos de extinción de una llama o el complementario de "enfoque".

References

[1] D.A. Frank-Kamenetskii *"Diffusion and Heat Exchange in Chemical Kinetics"*, Princeton Univ. Press, Princeton, 1955.

[2] L.A. Caffarelli, J.L. Vazquez, *A free-boundary problem for the heat equation arising in flame propagation*, Trans. Amer. Math. Soc., vol. 347, 1995, pp. 411-441.

[3] V.A. Galaktionov, J. Hulshof, J.L. Vazquez, *Extinction and focusing behaviour of spherical and annular flames*, UAM preprint 1995.