Рефераты

УДК 517.54

О множестве значений системы $\{f(z_1), f(z_2), f(z_3)\}$ в классе типично вещественных функций. Голузина Е. Г. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 5–17.

Исследуется множество D значений указанной в заглавии системы, где z_1, z_2, z_3 – любые различные фиксированные точки круга $U = \{z : |z| < 1\}$, в классе T функций $f(z) = z + a_2 z^2 + \ldots$, регулярных в круге U и удовлетворяющих в нем условию $\operatorname{Im} f(z) \cdot \operatorname{Im} z > 0$ при $\operatorname{Im} z \neq 0$. Дана алгебраическая характеристика множества D. В качестве следствия найдено множество значений $f(z_3)$ при заданных $f(z_1)$ и $f(z_2)$. Библ. – 7 назв.

УДК 517.54

Конформные отображения и неравенства для алгебраических полиномов. II. Дубинин В. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 18–37.

Работа дополняет статью с таким же названием, опубликованную в журнале “Алгебра и анализ”, т. 13, вып. 5 (2001). Доказывается аналог граничной леммы Шварца для неоднолистных регулярных отображений подмножеств единичного круга на круг. С помощью этого результата получены некоторые уточнения неравенств бернштейновского типа для алгебраических полиномов. Обсуждается обобщенная задача Менделеева. Доказываются двусторонние оценки модуля производной полинома с критическими точками на отрезке. Приводятся некоторые оценки коэффициентов полиномов с ограничениями на отрезке либо окружности. Библ. – 16 назв.

УДК 517.54

Обобщенные конденсаторы и асимптотика их ёмкостей при вырождении некоторых пластин. Дубинин В. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 38–51.

В заметке приводятся простейшие свойства конформной ёмкости обобщенных конденсаторов, сосредоточенных на областях сферы Римана. Выводится асимптотическая формула для ёмкости обобщенного конденсатора при стягивании некоторых из его пластин в точки. Библ. – 19 назв.

УДК 517.54

Метод экстремальной метрики в задачах о максимуме произведения степеней конформных радиусов неналегающих областей при наличии свободных параметров. Кузьмина Г. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 52–67.

Излагается экстремально-метрический подход к задачам об экстремальном разбиении z-сферы, указанным в заглавии. Предлагаемый подход основывается на конструировании допустимой метрики проблемы модуля, эквивалентной исследуемой задаче, из экстремальных метрик более простых проблем модуля, рассматриваемых в соответствующих областях на z-сфере. В качестве приложений решаются конкретные задачи о максимуме произведения степеней конформных радиусов $R(D_k, a_k)$ в семействах неналегающих односвязных областей D_k, $a_k \in D_k$, где точки a_k изменяются, подчиняясь определенным условиям. Библ. – 7 назв.

УДК 511

Представление бинарных квадратичных форм кватернарной формой. Куранова Н. Ю. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 68–80.

Основной целью данной работы является получение формул для нахождения числа представлений $r(A; Q)$ формы A с нечетной бесквадратной ступенью формой Q, заданной единичной матрицей порядка 4. Тем самым изучаетя ранее не рассмотренный случай, когда разность размерностей $n - m$ четная (четная коразмерность). Библ. – 8 назв.

УДК 519.21

Самоподобие некоторых последовательностей точек на окружности. Мануйлов Н. Н. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 81–95.

Доказаны свойства самоподобия и периодичности для производных $d^m O_0$ последовательностей O_0, получающихся сдвигом единичной окружности на дугу $\tau_2 = 1 + \sqrt{2} = [(2)]$. Библ. – 5 назв.

УДК $517.43 + 519.4$

О суммах Клостермана с характерами. Проскурин Н. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 96–106.

Для сумм Клостермана с характерами над конечным полем выведены формулы сложения типа сверток. Как следствие, обнаружены соотношения ортогональности между векторами Клостермана и векторами Салье. Библ. – 4 назв.

УДК $517.43 + 519.4$

Об общих суммах Клостермана. Проскурин Н. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 107–134.

В работе выведена формула суммирования для общих сумм Клостермана, обобщающая известную формулу Н. В. Кузнецова. Библ. – 22 назв.

УДК $511.466 + 517.863$

О распределении значений $L(1, f)$. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 135–148.

Пусть $S_k(N)^+$ – множество новых форм веса k и уровня N, принадлежащих пространству $S_k(\Gamma_0(N))$ (пространство всех $\Gamma_0(N)$-параболических форм веса k), $L(s, f)$, $f \in S_k(N)^+$, – L-функция Гекке формы f. Доказывается, что при целом $m \geqslant 1$, $k = 2$ и $N = p \to \infty$

$$\sum_{f \in S_2(N)^+} L^m(1, f) = \frac{1}{12} B_m N + O(N^{1-\alpha}),$$

где B_m – константа, определяемая в работе, $\alpha = \alpha(m) > 0$ – некоторая константа. Отсюда следует наличие функции распределения у последовательности

$$\{L(1, f),\, f \in S_2(N)^+\}, \quad N = p \to \infty,$$

причем найден явный вид соответствующей характеристической функции. Библ. – 11 названий.

УДК 511.466+517.863

Поведение автоморфных L-функций в точках $s = 1$ и $s = \frac{1}{2}$. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 149–167.

Пусть $S_k(N)^+$ – множество примитивных параболических форм веса k и уровня N, принадлежащих пространству $S_k(\Gamma_0(N))$ (пространство всех $\Gamma_0(N)$-параболических форм веса k и уровня N), $L(s, \operatorname{sym}^2 f)$ – симметрический квадрат L-функции Гекке $L(s, f)$, $f \in S_k(N)^+$. Доказывается: 1) при целом $m \geqslant 1$, $k = 2$ и $N = p \to \infty$

$$\sum_{f \in S_2(N)^+} L^m(1, \operatorname{sym}^2 f) = \frac{1}{2\pi^2}\zeta^{m+1}(2)B_{m+1}N + O(N^{1-\alpha}),$$

где B_m – константа, определяемая в работе, $\alpha = \alpha(m) > 0$ – некоторая константа.

Отсюда следует наличие функции распределения у последовательности $\{L(1, \operatorname{sym}^2 f), f \in S_2(N)^+\}$, $N = p \to \infty$, причем найден явный вид соответствующей характеристической функции.

2) Для $f \in S_k(1)^+$, $k \geqslant 12$, пусть

$$\omega_f = \frac{\Gamma(k-1)}{(4\pi)^{k-1}\langle f, f\rangle},$$

где $\langle f, f\rangle$ – скалярное произведение Петерсона в пространстве $S_k(\Gamma_0(1))$. Доказано, что при $k \to \infty$

$$\sum_{f \in S_k(1)^+} \omega_f L\Big(\frac{1}{2}, \operatorname{sym}^2 f\Big) = \log k + \frac{3}{2}\gamma + O\Big(\frac{1}{\sqrt{k}}\Big),$$

где γ – константа Эйлера.

3) Пусть $f \in S_k(1)^+$, $g \in S_l(1)^+$, $k \geqslant 12$, $l \geqslant 12$, $L(s, f \otimes g)$ – L-функция Ранкина–Сельберга. Доказано, что при $k \to \infty$

$$\sum_{f \in S_k(1)^+} \omega_f L\Big(\frac{1}{2}, f \otimes g\Big) = \log k + 2\gamma + O\Big(\frac{1}{k}\Big).$$

Отсюда и из результата Сарнака (2001) следует, что при

$$K^{151/165} \leqslant M \leqslant K^{1-\varepsilon}$$

справедливо неравенство

$$\sum_{K-M \leqslant k \leqslant K+M} \quad \sum_{f \in S_k(1)^+, L(\frac{1}{2}, f \otimes g) \neq 0} 1 \gg (KM)^{1-\varepsilon'}$$

для любого $\varepsilon' > \varepsilon > 0$. Библ. – 17 назв.

УДК $511.466 + 517.863$

Распределение целых точек на гиперболоидах. Фоменко О. М. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 168–177.

Рассмотрим Ω_0 – область на гиперболоиде $1 = b^2 + ac$, задаваемую условиями

$$0 < L_1 \leqslant a \leqslant L_2 < 1, \quad 0 < t_1 \leqslant \frac{b}{a} \leqslant t_2 < 1.$$

Пусть $r(n, \Omega_0)$ – число целых точек (a, b, c) на гиперболоиде $n = b^2 + ac$ (целое $n > 0$) таких, что $(a, b, c)/\sqrt{n} \in \Omega_0$. Е. П. Голубева [Мат. сб. **123**, No. 4 (1984), 510–533] доказала, что при $n = P^2$ (P – простое число)

$$r(P^2, \Omega_0) = C(t_2 - t_1)(L_2 - L_1)P \log P + BP + O(P \log^{-\gamma} P), \qquad (1)$$

где C, B, γ – константы, причем $C > 0$, $0 < \gamma \leqslant 1$, $P \to \infty$. Рассмотрим аналогичную задачу с дополнительным условием $a = p$ (простое число). Введем обозначение

$$r(P^2, \Omega_0)_{pr} = \sum_{\substack{L_1 P \leqslant p \leqslant L_2 P \\ P^2 = b^2 + pc}} \quad \sum_{t_1 \leqslant b/P \leqslant t_2} 1.$$

Доказана теорема: пусть ε – любое. Тогда при $P > P(\varepsilon)$

$$(K - \Delta - \varepsilon)\frac{P}{\log P} \leqslant r(P^2, \Omega_0)_{pr} \leqslant (K + \Delta + \varepsilon)\frac{P}{\log P},$$

где

$$K = 2(t_2 - t_1)(L_2 - L_1), \quad \Delta = L_2^2 \cdot \frac{2\pi}{3}.$$

Следствие: при $(t_2 - t_1)(L_2 - L_1) > L_2^2 \cdot \frac{\pi}{3}$

$$r(P^2, \Omega_0)_{pr} \asymp \frac{P}{\log P} \quad (P \to \infty).$$

Обсуждается также возможность получения асимптотики (1) с помощью оценок суммы типа суммы сумм Салье. Библ. – 10 назв.

УДК 539.12

Полиномиальные приближения на замкнутых подмножествах эллиптических кривых. Хаустов А. В., Широков Н. А. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 178–187.

На подмножествах $G \subset E = \{(\zeta, \omega) \in \mathbb{C}^2 : \omega^2 = 4\zeta^3 - g_2\zeta - g_3\}$ комплексных эллиптических кривых рассматривается класс $H^\alpha(G)$ функций f, аналитических во внутренности G относительно E и удовлетворяющих в G условию Гельдера порядка α, $0 < \alpha < 1$:

$$|f(\zeta_1) - f(\zeta_2)| \leqslant c|\zeta_1 - \zeta_2|^\alpha$$

при любых $\zeta_1, \zeta_2 \in G$. Строится семейство весов $\{\delta_{1/n}(\zeta, \omega)\}_{n \in \mathbb{N}}$ и доказывается прямая теорема приближения, утверждающая, что для произвольной функции $f \in H^\alpha(G)$ найдется семейство полиномов $P_n(\zeta, \omega)$ степени $\leqslant \mathrm{const} \cdot n$ таких, что

$$\big|f(\zeta, \omega) - P_n(\zeta, \omega)\big| \leqslant c_{f,G}\delta^\alpha_{1/n}(\zeta, \omega) \text{ при } (\zeta, \omega) \in \partial G.$$

Библ. – 4 назв.

УДК 519.21

Число слов заданной длины в плоских кристаллографических группах. Шутов А. В. — В кн.: Аналитическая теория чисел и теория функций. 19. (Зап. научн. семин. ПОМИ, т. 302), СПб., 2003, с. 188–197.

В работе выявлена связь между словами в группах и процессом роста соответствующих графов. С ее помощью получены точные формулы для числа слов заданной длины для всех 17 плоских кристаллографических групп. Одновременно доказана гипотеза Слоэна для графов этих групп. Библ. – 7 назв.