UNE BIJECTION EXPLICATIVE DE PLUSIEURS PROPRIÉTÉS DES PONTS

Germain Kreweras

Nous avons établi en 1970, par des dénombrements appropriés, que les *ponts* de *portée* n possédent notamment les propriétés suivantes [1].

(α) ceux qui ont k *arches* sont aussi nombreux que ceux qui commencent par k *étapes ascendantes.*

(β) ceux qui ont k *paliers* sont aussi nombreux que ceux qui ont $n-k+1$ paliers.

(γ) ceux de *degré* k sont aussi nombreux que ceux de *hauteur* k.

J. Vaillé vient de définir sur l'ensemble $\mathcal{P}_n$ des ponts de portée n une bijection assez simple ω qui fait correspondre à tout pont P ayant α arches, β paliers, et pour degré γ un pont $\omega(P)$ commençant par α étapes ascendantes, ayant $n-\beta+1$ paliers et pour hauteur γ.

L'outil central consiste à coder P par une suite de n entiers dont le h-ième est la distance (verticale) à la diagonale, soit c_h, du point de départ de la h-ième étape horizontale. La bijection inverse ω^{-1} peut alors se décrire comme suit:

(1*) partir du code $c_1 c_2 \ldots c_n$ de $\omega(P)$, où l'entier λ apparaît i_λ fois.

(2*) construire un pont S (dit "pur"), de portée n, dont la λ-ième arche est formée de i_λ étapes descendantes, et appeler A_λ l'extrémité de la *première* étape horizontale de cette arche de S.

(3*) joindre A_λ à $A_{\lambda+1}$, en faisant correspondre une étape horizontale à chaque λ et une étape verticale à chaque $\lambda+1$.

La mise bout à bout de ces chemins, complétée par les i_1+1 premières étapes de S et un prolongement jusqu'au point final (n,n), fournit le pont P.

La bijection ω fait en outre correspondre à l'opération appelée *dérivation* l'opération (introduite par Y. Poupard [2]) appelée *compression.*

References

[1] KREWERAS G., *Sur les éventails de segments*, Cahiers du BURO **15** (1970), 3–41.

[2] POUPARD Y., *Sur les quasi-ponts*, Cahiers du BURO **32** (1979), 3–20.

[3] VAILLÉ J., *communication personelle.*

Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)