CHARAKTERE ENDLICHER GRUPPEN UND TEILBARKEITSFRAGEN

(ZUSAMMENFASSUNG)

Adalbert Kerber

$G :=$ endliche Gruppe mit $\mathbb{C}$-Darstellung D vom Charakter χ^D, mit irreduzibler $\mathbb{C}$-Darstellung D_i vom Charakter ζ^i und Dimension f^i, D_1:=Einsdarstellung.

$S_n :=$ symmetrische Gruppe auf $\{1, 2, \ldots, n\}$, $\pi \in S_n$, $a_k(\pi) :=$ Anzahl der k-Zyklen von π.

Dann gilt (vgl. Proc. Strasbourg 1976):

$$\chi^{D \blacktriangle_n D_i}(\pi) := \frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} \zeta^i(g^{-1}) \prod_{k=1}^{n} \chi^D(g^k)^{a_k(\pi)}$$

ist ein Charakter von S_n. Wir setzen

$$c_{i,n} := \chi^{D_i \blacktriangle_n D_1}((1 \ldots n)) = \frac{1}{|G|} \sum_g \zeta^i(g^n),$$

(so daß zum Beispiel $c_{i,1} = \delta_{i1}$, $c_{i,2} \in \{\pm 1, 0\}$ je nach *Art* von D_i).

Diese Zahlen tauchen häufig auf bei Teilbarkeitsuntersuchungen. So gilt zum Beispiel

Satz. *Sind $n_1, \ldots, n_k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$, $C \subseteq G$ eine Konjugiertenklasse von G, so ist die Anzahl der Lösungen $(g_1, \ldots, g_k) \in G^k$ von*

$$g_1^{n_1} \cdots g_k^{n_k} \in C$$

gleich

$$|G| \sum_i \left(\frac{|G|}{f^i}\right)^{k-2} \left(\prod_j c_{i,n_j}\right) \frac{|C|}{f^i} \zeta^i(g^{-1}),$$

$g \in C$, also insbesondere teilbar durch $|G| \cdot \mathrm{ggT}\{(|G|/f^i)^{k-2}\}$.

Für weitere Resultate dieser Art vgl. § 5.3 im Buch von James/Kerber [1], sowie [2].

Literatur

1. G. James and A. Kerber, *The representation theory of the symmetric group*, Encyclopedia of Math. and its Applications, Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1981.
2. A. Kerber and B. Wagner, *Gleichungen in endlichen Gruppen*, Archiv Math. **35** (1980), 252–263.

Universität Bayreuth, Lehrstuhl Mathematik II, D-95440 Bayreuth, Germany